

自适应差分进化算法在边坡滑面搜索中的应用

张 磊, 徐 青, 王一凡, 阿湖宝

(武汉大学 水资源与水电工程科学国家重点实验室, 湖北 武汉 430072)

摘 要: 边坡三维临界滑裂面的确定及其安全系数的求解是边坡稳定分析中的关键问题, 而现有分析方法尚难以方便、可靠地获得三维滑裂面。在有限元数值应力场的基础上, 计算边坡的安全系数。通过构造扩展椭球形滑裂面, 利用自适应差分进化 (SaDE) 算法结合反向移动操作, 实现了复杂边坡三维临界滑裂面的搜索。扩展椭球滑裂面构造方便, 搜索灵活, 比传统的球面或椭球面更能反映实际工程情况。整个求解过程为显式求解, 不存在收敛性问题。算例考核结果表明, 提出的方法具有良好的搜索效率与全局寻优能力, 结果与刚体极限平衡法、有限元强度折减法吻合, 计算结果合理可靠。通过实际工程边坡, 进一步验证了该方法可方便、有效地应用于具有复杂岩性及环境条件的边坡三维稳定性分析。

关 键 词: 有限单元法; 自适应差分进化算法; 边坡三维稳定性分析; 临界滑裂面搜索; 扩展椭球面

中图分类号: TU 457

文献标识码: A

文章编号: 1000-7598 (2017)05-1503-07

Application of self-adaptive differential evolution algorithm in searching for critical slip surface of slope

ZHANG Kun, XU Qing, WANG Yi-fan, A Hu-bao

(State Key Laboratory of Water Resources and Hydropower Engineering Science, Wuhan University, Wuhan, Hubei 430072, China)

Abstract: The determination of three-dimensional (3D) critical slip surface and its associated factor of safety (FoS) of slopes are essential to their stability analysis. However, it is difficult to obtain 3D slip surface conveniently and reliably by using existing analytical methods. In this paper, the FoS of slopes is calculated based on the stresses from the finite element method (FEM). A new method is developed to search 3D critical slip surface of slope by constructing an extended ellipsoidal slip surface and adopting self-adaptive differential evolution (SaDE) algorithm in combination with the opposite-movement scheme. The extended ellipsoidal slip surface is easy to construct and flexible to search, and meanwhile it is more coincident with the actuals than spherical and ellipsoidal slip surface. In addition, the whole calculating process is explicit without the convergence problem. The application of the developed method is verified by re-analyzing benchmark slope stability examples from the literature. The results obtained in examples prove the SaDE algorithm has high efficiency and global optimization ability, which are also in good agreement with limit equilibrium and strength reduction methods. It is also demonstrated that this method is suitable to be applied in stability analysis of slopes under complex lithology and environmental conditions by analyzing actual engineering slopes.

Key words: finite element method; self-adaptive differential evolution algorithm; three-dimensional slope stability analysis; search for critical slip surface; extended ellipsoidal surface

1 引 言

边坡是一门古老而又紧跟时代发展前沿的学科。长期以来, 边坡稳定性分析一直是岩土工程界尤其是水工岩体力学研究的重点课题^[1]。在边坡稳定性研究中, 很重要的一个问题就是边坡临界滑裂

面的确定。

既有研究表明, 二维边坡临界滑裂面搜索技术已臻于完善^[2-4], 而三维滑裂面搜索虽有一些研究成果, 但在实际边坡工程应用中仍然存在诸多困难。主要原因是实际边坡几何形态、岩层分界等地质条件复杂, 临界滑裂面呈现任意形状。据此,

收稿日期: 2015-06-26

基金项目: 湖北省自然科学基金面上项目 (No. 2015CFB544)。

This work was supported by the Hubei Province Natural Science Foundation of China (2015CFB544).

第一作者简介: 张磊, 男, 1991年生, 硕士研究生, 主要从事水工结构工程及岩土工程方面的研究工作。E-mail: kz2010@whu.edu.cn

通讯作者: 徐青, 女, 1965年生, 博士, 教授级高级工程师, 主要从事水工结构工程及岩土工程方面的研究工作。E-mail: xuqing8263@hotmail.com

Cheng 等^[3]提出了利用 NURBS 技术构造任意形状滑裂面, 得到比球面或椭球面更小的安全系数; 林永生等^[4]通过在坡体内部生成一系列控制点阵来模拟边坡内部可能存在的各种滑裂面; Sultan 等^[5]在研究海底峡谷斜坡失效机制时, 提出了一种自定义函数来模拟斜坡失效滑裂面, 能够较为真实地反映滑坡失稳时的形态。上述方法虽能模拟任意形态滑裂面, 但也存在变量较多、搜索灵活性较差的困难。利用搜索技术寻找对应最小安全系数的滑裂面往往面临着局部极值的假象。目前, 已有学者尝试将数值分析方法(如单纯形法^[6]、梯度法等)以及智能优化算法(如遗传算法^[4, 7]、模拟退火法^[3]等)运用到边坡滑裂面的搜索中, 取得了一系列成果。然而, 单一搜索方法在搜索效率与可信度方面尚难兼顾平衡。

差分进化(differential evolution, 简称 DE)算法是由 Storn 等^[8]于 1995 年提出的一种智能优化算法, 该方法具有操作简单、收敛性好、全局寻优能力强的优点^[8-10]。Qin 等^[10]提出自适应差分进化(SaDE)算法, 借鉴寻优经验对变异因子及交叉因子进行自适应调整, 比较适合于求解连续领域内的高维非线性问题。本文针对三维滑裂面搜索在实际工程应用中的困难, 提出扩展椭球形滑裂面, 使得滑裂面构造方便, 搜索灵活, 并尝试将 SaDE 算法结合反向移动^[11]操作应用于边坡临界滑裂面的搜索中, 提高了搜索效率。通过考题验证了该方法的合理性, 同时通过实际工程边坡进一步验证了该方法在复杂边坡工程应用中的可行性及方便性。

2 DE 算法原理

2.1 基本差分进化算法

DE 算法的基本思想是, 首先在解集空间内随机地生成初始种群, 通过变异、交叉操作产生新个体, 再由贪婪选择优胜劣汰, 引导进化过程向最优解趋近。

2.1.1 变异操作

对当前进化代内的每一个体, 从种群中随机选取 3 个相异个体, 得到相应的变异个体为

$$\mathbf{v}_{i,g} = \mathbf{x}_{r_1,g} + F(\mathbf{x}_{r_2,g} - \mathbf{x}_{r_3,g}) \quad (1)$$

式中: $\mathbf{v}_{i,g}$ 为变异个体; $\mathbf{x}_{r_1,g}$ 、 $\mathbf{x}_{r_2,g}$ 、 $\mathbf{x}_{r_3,g}$ 为当前种群个体; $r_1 \neq r_2 \neq r_3 \neq i$, 为个体编号; $F \in (0, 2)$ 为变异缩放因子, 体现对个体的扰动程度。

2.1.2 交叉操作

交叉操作能够增加种群的多样性, 交叉算子主

要有两种: 二项式交叉与指数交叉。其中, 二项式交叉操作如下:

$$\mathbf{u}_{i,j,g} = \begin{cases} \mathbf{v}_{i,j,g}, & \text{rand}(0,1) \leq CR \text{ 或 } j = j_{\text{rand}} \\ \mathbf{x}_{i,j,g}, & \text{其他} \end{cases} \quad (2)$$

式中: i 为个体编号; j 为个体向量分量编号; g 为进化代数; CR 为交叉因子; $\mathbf{u}_{i,j,g}$ 为试验个体。

2.1.3 选择操作

DE 算法采用一对一的贪婪选择策略, 试验个体 $\mathbf{u}_{i,g}$ 与当前代个体 $\mathbf{x}_{i,g}$ 进行竞争。对于最小值问题, 适应值小的个体被保留下来, 进入下一代参与进化, 具体公式为

$$\mathbf{x}_{i,g+1} = \begin{cases} \mathbf{u}_{i,g} & f(\mathbf{u}_{i,g}) < f(\mathbf{x}_{i,g}) \\ \mathbf{x}_{i,g} & \text{其他} \end{cases} \quad (3)$$

式中: $\mathbf{x}_{i,g+1}$ 为下一代个体; $f(\cdot)$ 为个体适应值。

2.2 自适应差分进化算法

在 DE 算法中, 变异缩放因子 F 、交叉因子 CR 是决定收敛速度和种群多样性的关键参数^[9], 算法性能的优劣在很大程度上依赖于这两者。基本 DE 算法采用固定的 F 和 CR , 具有一定的盲目性, 若设定不当, 则会陷入局部极值。而利用进化历史信息自适应地调整参数, 可以在不同进化情形下自动选取合适的参数, 从而促进算法的进化过程。本文在 Qin 等^[10]提出的 SaDE 算法基础上, 引入混沌初始化及反向移动操作^[11], 指导进化过程向最优解趋近。

2.2.1 混沌初始化种群

混沌运动能够在一定范围内按某种规律不重复地达到所有状态, 本文采用 Logistic 混沌模型:

$$y(k+1) = 4y(k)(1-y(k)) \quad (4)$$

式中: y 为混沌变量, 初值 $y(0) \in (0, 1)$, 且 $y(0) \neq \{0.25, 0.5, 0.75\}$ 。利用混沌良好的遍历特性, 有助于保证初始种群分布的均匀性, 从中选出适应度较好的一部分个体作为初始种群, 以提高算法效率和求解质量。

2.2.2 进化策略候选机制

单一差分进化策略难以满足高维非线性求解的要求, 通过设定一组进化策略作为候选策略, 适时地根据进化信息进行反馈, 自适应地选择下一代的进化策略。在进化的每一代自动记录各种策略被选择及进化效果信息, 进化成功率高的策略在下一代被选择的概率相应较大。本文选取的进化候选策略如下。

DE/rand/1:

$$\mathbf{v}_{i,g} = \mathbf{x}_{r_1,g} + F(\mathbf{x}_{r_2,g} - \mathbf{x}_{r_3,g}) \quad (5)$$

DE/rand/2:

$$\mathbf{v}_{i,g} = \mathbf{x}_{r_1,g} + F(\mathbf{x}_{r_2,g} - \mathbf{x}_{r_3,g} + \mathbf{x}_{r_4,g} - \mathbf{x}_{r_5,g}) \quad (6)$$

DE/best/1:

$$\mathbf{v}_{i,g} = \mathbf{x}_{\text{best},g} + F(\mathbf{x}_{r_1,g} - \mathbf{x}_{r_2,g}) \quad (7)$$

DE/best/2:

$$\mathbf{v}_{i,g} = \mathbf{x}_{\text{best},g} + F(\mathbf{x}_{r_1,g} - \mathbf{x}_{r_2,g} + \mathbf{x}_{r_3,g} - \mathbf{x}_{r_4,g}) \quad (8)$$

DE/rand-to-best/1:

$$\mathbf{v}_{i,g} = \mathbf{x}_{r_1,g} + F(\mathbf{x}_{\text{best},g} - \mathbf{x}_{r_1,g} + \mathbf{x}_{r_2,g} - \mathbf{x}_{r_3,g}) \quad (9)$$

式中: $\mathbf{x}_{\text{best},g}$ 为当前代种群中最优个体; $r_1 \neq r_2 \neq r_3 \neq r_4 \neq r_5 \neq i$, 为个体编号; DE/*/* 为进化策略类型。
2.2.3 F 、 CR 的适应性调节

在 SaDE 算法中, 设置 F 服从均值为 0.5、标准差为 0.3 的正态分布 $N(0.5, 0.3^2)$, 对每一个体动态选择 F , 兼顾进化过程中搜索时间与探索范围、局部搜索与全局搜索的均衡。 CR 设置服从均值为 CR_m , 标准差为 0.1 的正态分布 $N(CR_m, 0.1^2)$ 。 CR_m 初值设为 0.5, 在进化中记录每一代进化成功时的 CR 值, 之后选取一系列 CR 值的中数作为下一代的 CR_m 值。

2.2.4 反向移动策略

在进化后期, 个体之间会出现较高的相似性, 进化发生阻滞。本文通过设定一个阈值, 当群体平均适应度与最优个体适应度之差低于该阈值时, 采用反向移动策略, 种群恢复多样性, 具有跳出局部极值的能力。

3 基于 SaDE 算法的临界滑裂面搜索

3.1 基于应力场的安全系数求解

3.1.1 滑面上任意点应力的确定

用有限单元法求得边坡的应力状态后, 滑面上任意一点的应力可以通过已知单元节点的应力插值得到。对于六面体线性单元, 可以通过形函数等参插值的方法来得到待求点的应力值:

$$\sigma'_i = \sum_{j=1}^8 N_j \sigma_i^j \quad (10)$$

$$N_j = (1 + \varepsilon_j \varepsilon)(1 + \eta_j \eta)(1 + \zeta_j \zeta) \quad (11)$$

式中: σ'_i 为待求点的第 i 项应力; σ_i^j 为单元第 j 号节点的第 i 项应力; N_j 为形函数; ε 、 η 、 ζ 为自

然坐标, 本文采用牛顿迭代法求解自然坐标。

3.1.2 安全系数求解

安全系数定义为沿某一滑动方向, 坡体潜在滑裂面所能提供的极限抗滑力与作用在滑裂面上的滑动力的比值。图 1 为滑裂面上一点 A 的应力矢量示意图。图中 xyz 为整体坐标系, $x'y'z'$ 为局部坐标系, $x'oz'$ 平面与滑动方向平行, $\mathbf{n}$ 为点 A 切平面的单位法向量 (指向滑体外侧), $\mathbf{d}$ 为滑动方向在点 A 切平面上的投影。 σ_s 、 σ_n 、 σ_τ 分别为整体坐标系下点 A 切平面上的应力矢量、正应力与剪应力, 可通过下式求得^[13]

$$\sigma_s = \sigma \cdot \mathbf{n} \quad (12)$$

$$\sigma_n = (\sigma_s \cdot \mathbf{n}) \mathbf{n} \quad (13)$$

$$\sigma_\tau = \sigma_s - \sigma_n \quad (14)$$

式中: σ 为点 A 在整体坐标系下的的应力张量。

假定岩土材料服从摩尔-库仑强度准则, 滑裂面上的总抗滑力 R 与总滑动力 T 可分别表示为

$$R = \int_S (c - \sigma_n \tan \varphi) ds \quad (15)$$

$$T = \int_S (\sigma_\tau) ds \quad (16)$$

式中: c 、 φ 分别为材料的凝聚力和内摩擦角。 σ_n 、 σ_τ 分别为点 A 切平面处正应力和剪应力的值, 应力采用拉正压负的约定。安全系数 F 可表示为

$$F = R/T \quad (17)$$

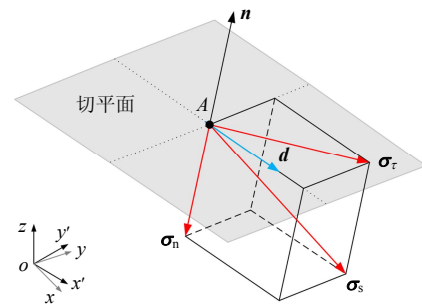


图 1 滑裂面上一点切平面上的应力矢量
Fig.1 Stress vector on the tangent plane of a point on slip surface

3.2 空间滑裂面的构造

边坡形态、地层岩性、地质构造及环境因素等不同, 临界滑裂面形态也不相同。目前, 常见的做法是假定滑裂面为椭球面^[7]。然而, 这样得到的滑裂面, 不能反映真实情况。本文对椭球滑裂面进行拓展, 假定边坡横向 (图 2 所示 y 方向) 幂次为变

量 n ，并直接参与优选，则滑裂面方程可表示为

$$\frac{(x-x_0)^2}{a^2} + \left| \frac{y-y_0}{b} \right|^n + \frac{(z-z_0)^2}{c^2} = 1 \quad (18)$$

因此，确定滑裂面形态需 9 个控制参数：滑裂面中心位置坐标 (x_0, y_0, z_0) 、3 个半轴长 (a, b, c) 、 xoz 平面倾斜度 θ 、 xoy 平面倾斜度 β 以及 y 向幂次 n 。通过改变控制参数，即可得到各种可能的潜在滑裂面。当 $n=2$ 时，所得滑裂面即为椭球形滑裂面。滑裂面控制参数如图 2 所示。

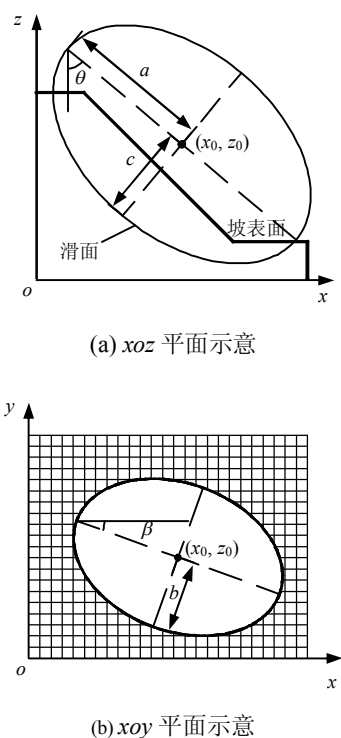


图 2 滑裂面形状控制参数示意图

Fig.2 Schematics of shape control parameters of slip surface

3.3 搜索过程

考虑到潜在滑坡的主滑方向可能与计算模型 xoz 平面有一定夹角，因此，需增加一个控制参数，即滑动方向角 φ 。这样，一共有 10 个控制参数，根据实际情况，设定每个控制参数的取值范围。

利用 SaDE 算法搜索边坡三维临界滑裂面的流程图如图 3 所示，计算步骤如下：

(1) 初始化种群 在各参数取值范围内，利用混沌技术得到若干个体作为初始种群。

(2) 个体适应度评价 将个体包含的参数信息转化为实际滑裂面，并对滑裂面的合理性进行判定。若滑裂面不符合要求，则对其进行修复处理。然后按式 (17) 计算边坡沿滑裂面的安全系数，并转换为搜索算法中相应的适应值。

(3) 反向移动操作 判断群体平均适应度与最优个体适应度之差是否低于设定阈值，若低于阈值，则进行反向移动操作，并返回步骤 (2)，否则进入步骤 (4)。

(4) 进行 SaDE 算法操作 当前代个体依次经过变异、交叉、选择之后得到新个体，并与原始个体进行竞争，优胜出的个体进入下一代参与进化，并根据每种候选策略进化情况更新每个学习周期内的选择参数。

(5) 判断结束条件 通过设定收敛精度或最大进化代数来结束搜索，如满足结束条件，则返回步骤 (2)，进入下一轮循环，否则搜索结束。

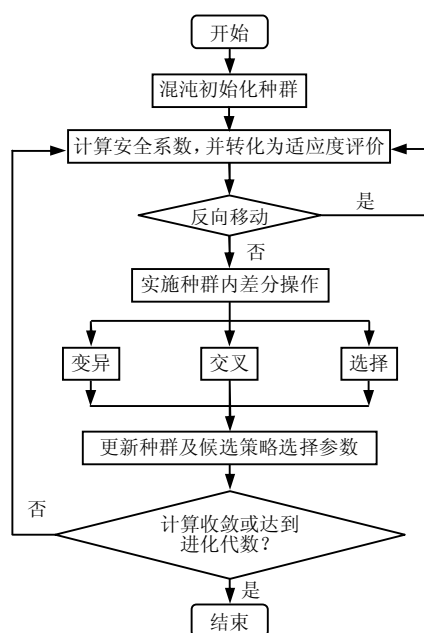


图 3 SaDE 算法流程图

Fig.3 Flow chart of SaDE algorithm

4 算例考核

4.1 定滑裂面算例

采用 Zhang^[12]的椭球形滑裂面算例验证本文方法在边坡三维稳定性分析中的合理性。该算例包括 2 种情况：情况 1 为一均质边坡，假定滑裂面为一椭球面，在对称轴平面 (xoz) 用一圆弧面模拟滑裂面，在边坡横向 (y 向) 则以椭圆面形成滑裂面；情况 2 与情况 1 边坡几何形状及材料参数相同，但在滑裂面底部被一软弱夹层切割。边坡形状尺寸及材料特性如图 4 所示。

按滑裂面构造方程式 (18) 确定椭球滑裂面形状，取 $a=c=24.4$ m， $b=66.9$ m， $n=2$ 。

两种情况相应的安全系数列于表 1，同时表 1 也给出了其他研究者的成果。可以看出，本文方法

计算结果与其他方法计算结果接近,验证了本文方法的可靠性。

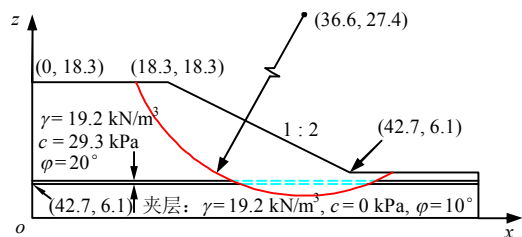


图4 椭圆滑裂面算例模型^[12]

Fig.4 Model for the example with ellipsoidal slip surface^[12]

表1 考题1 不同方法得到的安全系数比较

Table 1 Comparison of factors of safety by different methods in example 1

算例	Zhang ^[12] (LEM)	陈祖煜 ^[2] (LEM)	郑宏 ^[14] (LEM)	葛修润 ^[13] (矢量和法)	本文 方法
情况1	2.122	2.188	2.140	2.042	2.058
情况2	1.553	1.640	1.690~1.706	1.545	1.639

4.2 不定滑裂面算例考核

为了验证本文搜索算法的高效性,以赵尚毅等^[15]文中的边坡为例,对各种方法进行比较。利用 SaDE 算法进行边坡临界滑裂面的搜索。边坡尺寸及力学参数如图5所示。各种方法计算得到的安全系数如表2所示。

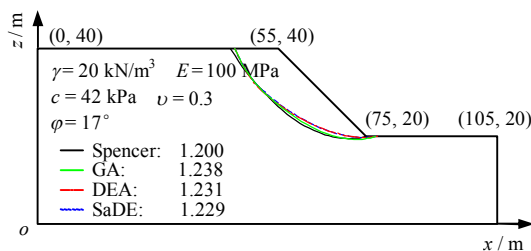


图5 均质边坡算例模型

Fig.5 Model of a homogeneous slope

表2 考题2 不同方法得到的安全系数比较

Table 2 Comparison of factors of safety by different methods in example 2

方法	Spencer ^[15]	SR-FEM ^[15] DP2 ^①	SR-FEM ^{[16]③} DP3 ^②	本文搜索方法
安全系数	1.20	1.27	1.21	1.21~1.24

注: ①等效摩尔-库仑准则; ②摩尔-库仑准则; ③SR-FEM 为有限元强度折减法

图5给出了不同方法搜索得到的边坡临界滑裂面。可以看出,各种方法搜索到的最危险滑裂面基本一致,得到的安全系数亦较为接近。

图6为遗传算法(GA)、基本差分进化算法(DEA)和SaDE算法的搜索过程曲线。可以看出,SaDE算法进化约70代即收敛到最优值;DEA需进化约300代才能收敛到最优值;而GA则陷入局部极值。可见,SaDE算法具有较强的全局寻优能力及较高的收敛效率。

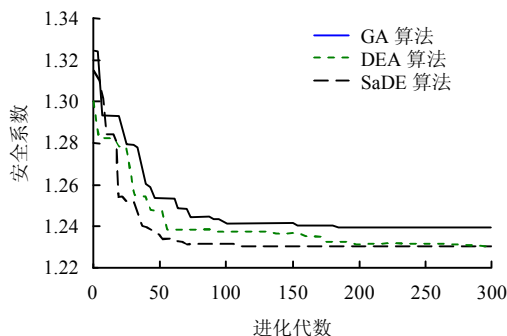


图6 3种不同算法的搜索过程曲线图

Fig.6 Search process curves of three different algorithms

5 工程应用考核

5.1 工程边坡概况

某库区边坡地质平面图如图7所示。

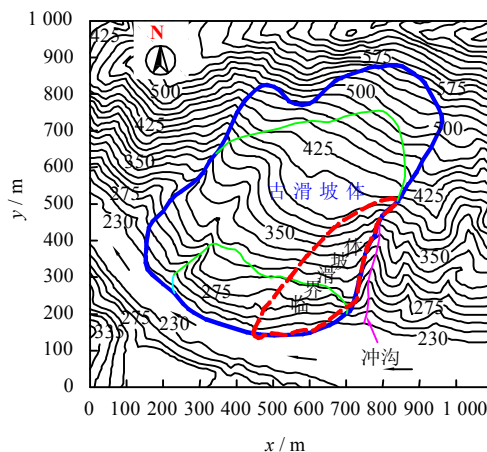


图7 滑坡平面位置图

Fig.7 Plane of the landslide

边坡为一发育于泥盆系与寒武系接触带附近的古老基岩滑坡。滑坡体厚40~75 m,总体积约为 $1.37 \times 10^7 \text{ m}^3$,结构复杂,表层为棕红色黏土夹少量碎石厚约5~10 m;上部为紫红色砂岩、石英砂岩块石、碎石夹黏土,厚约18~30 m;下部为似层状结构的寒武系及泥盆系碎裂岩体,拉裂错位严重,厚约20~40 m。滑坡体底面为一厚0.5~2.0 m的软弱滑动带,主要为黏土夹碎块石。滑床主要为寒武系基岩、西侧和西南侧为泥盆系基岩。

5.2 稳定性分析

利用本文提出的方法对该库区边坡现状蓄水工况进行稳定性评价。三维有限元模型如图8所示。

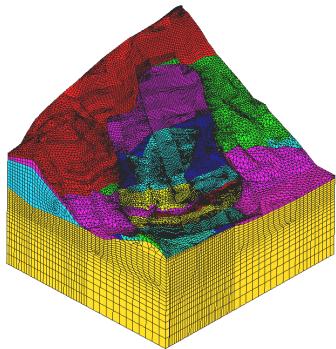


图8 边坡三维有限元模型
Fig.8 Three dimensional FEM model of the slope

首先采用课题组开发的三维弹黏塑性有限单元软件 core-FEM/stress3^[17]求得边坡的应力场,然后利用 SaDE 算法对整个滑坡区域进行临界滑裂面搜索。通过全局寻优,得到的临界滑裂面如图7中虚线范围所示。该滑裂面为一复合曲面,由扩展椭球面与滑动带共同构成。扩展椭球滑裂面形状参数 $n=2.1$,在与滑动带相交处,坡体沿着滑动带滑动。滑裂面位于滑坡体上游侧,滑动方向为 SW43.9°,安全系数为 1.104。

另据地勘资料揭示,搜索得到的滑坡体上游侧与天然冲沟相邻,底面为一天然软弱滑带。据现场监测数据统计,该区域变形值亦较大。通过上述分析可知,本文提出的临界滑裂面搜索方法可有效地应用于实际复杂边坡工程中,且结果合理可靠。

6 结论

(1) 基于剪应力的定义法求解边坡稳定安全系数与刚体极限平衡法、有限元强度折减法的计算结果接近,规律一致,表明该方法应用于边坡稳定分析是可行的。

(2) 自适应差分进化算法的进化策略及进化参数在搜索过程中,根据实际问题自适应地调整,相比基本差分进化算法及遗传算法,具有较好的搜索效率与全局寻优能力,有较强的应用潜力。

(3) 基于数值应力场的分析方法,采用显式求解,不存在收敛性问题。可以在三维问题分析中形成一套快速和有效的分析方法。

(4) 滑裂面的形态构造是边坡滑裂面搜索中的关键。本文提出的扩展椭球滑裂面相比传统的球面或椭球滑面更能反映实际滑裂面形态,且基本不增

加滑裂面构造的复杂性。对于裂隙发育、岩性复杂的岩质边坡,扩展椭球滑裂面存在一定的局限性,但本文提出的构造滑裂面的思想对一般边坡仍具有重要的借鉴意义。

参考文献

- [1] 陈胜宏. 高坝复杂岩石地基及岩石高边坡稳定分析[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2001.
CHEN Sheng-hong. The stability analysis of complex rock foundation of high dam and high rock slope[M]. Beijing: China Water & Power Press, 2001.
- [2] 陈祖煜. 土质边坡稳定分析——原理方法程序[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2003.
CHEN Zhu-yu. Soil slope stability analysis—theory methods and programs[M]. Beijing: China Water & Power Press, 2003.
- [3] CHENG Y M, LIU H T, WEI W B. Location of critical three-dimension non-spherical failure surface by NURBS functions and ellipsoid with applications to highway slopes[J]. *Computers and Geotechnics*, 2005, 32(6): 387—399.
- [4] 林永生, 陈胜宏. 基于有限元计算的边坡三维滑裂面搜索[J]. 岩土力学, 2013, 34(4): 1191—1196.
LIN Yong-sheng, CHEN Sheng-hong. Search of three-dimensional slip surface for slope based on finite element calculation[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2013, 34(4): 1191—1196.
- [5] SULTAN N, GAUDIN M, BERNÉ S, et al. Analysis of slope failures in submarine canyon heads: An example from the Gulf of Lions[J]. *Journal of Geophysical Research*, 2007, 112(F1): 247—260.
- [6] 陈祖煜, 邵长明. 最优化方法在确定边坡最小安全系数方面的应用[J]. 岩土工程学报, 1988, 9(4): 1—13.
CHEN Zhu-yu, SHAO Chang-ming. Application of optimization methods in determining the minimum safety factor of the slope[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 1988, 9(4): 1—13.
- [7] 毛谦, 陈胜宏, 彭成佳. 三维边坡最不利滑裂面的遗传算法搜索[J]. 岩土力学, 2005, 29(5): 1345—1350.
MAO Qian, CHEN Sheng-hong, PENG Cheng-jia. Search for critical slip surface of 3D slope based on genetic algorithm[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2005, 29(5): 1345—1350.
- [8] STORN R, PRICE K. Differential evolution—a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces[J]. *Journal of Global Optimization*, 1997, 11(4): 341—359.

- [9] 张春美. 差分进化算法理论与应用[M]. 北京: 北京理工大学出版社, 2014.
ZHANG Chun-mei. Theory and application of differential evolution algorithm[M]. Beijing: Beijing Institute of Technology Press, 2014.
- [10] QIN A K, HUANG V L, SUGANTHAN P N. Differential evolution algorithm with strategy adaptation for global numerical optimization[J]. **IEEE Transactions on Evolutionary Computation**, 2009, 13(2): 398—417.
- [11] RAHNAMAYAN S, TIZHOOSH H R, SALAMA M M A. Opposition-based differential evolution[J]. **IEEE Transactions on Evolutionary Computation**, 2008, 12(1): 64—79.
- [12] ZHANG Xing. Three-dimensional stability analysis of concave slopes in plan view[J]. **Journal of Geotechnical Engineering**, 1988, 114(6): 658—671.
- [13] 葛修润. 抗滑稳定分析新方法—矢量和分析法的基本原理及其应用[C]//第十一次全国岩石力学与工程学术大会论文集. 武汉: 湖北科学技术出版社, 2010: 26—44.
GE Xiu-run. A new method for anti-sliding stability analysis-basic principle of vector sum analysis method and its application[C]//Proceedings of the 11th National Rock Mechanics and Engineering Conference. Wuhan: Hubei Science and Technology Press, 2010: 26—44.
- [14] 郑宏. 严格三维极限平衡法[J]. 岩石力学与工程学报, 2007, 26(8): 1529—1537.
ZHENG Hong. A rigorous three-dimensional limit equilibrium method[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2007, 26(8): 1529—1537.
- [15] 赵尚毅, 郑颖人, 张玉芳. 极限分析有限元法讲座——II 限元强度折减法中边坡失稳的判据探讨[J]. 岩土力学, 2005, 26(2): 332—336.
ZHAO Shang-yi, ZHENG Ying-ren, ZHANG YU-fang. Study on slope failure criterion in strength reduction finite element method[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2005, 26(2): 332—336.
- [16] 刘金龙, 栾茂田, 赵少飞, 等. 关于强度折减有限元方法中边坡失稳判据的讨论[J]. 岩土力学, 2005, 26(8): 1345—1348.
LIU Jin-long, LUAN Mao-tian, ZHAO Shao-fei, et al. Discussion on criteria for evaluating stability of slope in elastoplastic FEM based on shear strength reduction technique[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2005, 26(8): 1345—1348.
- [17] 陈胜宏. 计算岩体力学与工程[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2006.
CHEN Sheng-hong. Computational rock mechanics and engineering[M]. Beijing: China Water & Power Press, 2006.
- [18] 谢定松, 蔡红, 魏迎奇, 等. 粗粒土渗透试验缩尺原则与方法探讨[J]. 岩土工程学报, 2015, 37(2): 369—373.
XIE Ding-song, CAI Hong, WEI Ying-qi, et al. Scaling principle and method in seepage tests on coarse materials[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2014, 37(2): 369—373.
- [19] CIVIDINI A, GIODA G. Finite-element approach to the erosion and transport of fine particles in granular soils[J]. **International Journal of Geomechanics**, 2004, 4(3): 191—198.
- [20] 张磊, 张璐璐, 程演, 等. 考虑潜蚀影响的降雨入渗边坡稳定性分析[J]. 岩土工程学报, 2014, 36(9): 1680—1687.
ZHANG Lei, ZHANG Lu-lu, CHENG Yan, et al. Slope stability analysis with internal erosion under rainfall infiltration[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2014, 36(9): 1680—1687.
- [21] 徐文杰, 王永刚. 土石混合体细观结构渗流数值试验研究[J]. 岩土工程学报, 2010, 32(4): 542—550.
XU Wen-jie, WANG Yong-gang. Meso-structural permeability of soil-rock mixture based on numerical tests[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2010, 32(4): 542—550.

上接第1502页

- [13] EL SHAMY U, AYDIN F. Multiscale modeling of flood-induced piping in river levees[J]. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, 2008, 134(9): 1385—1398.
- [14] INDRARATNA B, NGUYEN V T, RUJIKIATKAM-JORN C. Assessing the potential of internal erosion and suffusion of granular soils[J]. **Journal of Geotechnical & Geoenvironmental Engineering**, 2011, 137(5): 550—554.
- [15] MORACI N, MANDAGLIO M C, IELO D. A new theoretical method to evaluate the internal stability of granular soils[J]. **Canadian Geotechnical Journal**, 2011, 49(1): 45—58.
- [16] BURENKOVA V V. Assessment of suffusion in non-cohesive and graded soils[C]//Filters in Geotechnical and Hydraulic Engineering. Rotterdam: A A Balkema, 1993: 357—360.
- [17] 徐扬, 高谦, 李欣, 等. 土石混合体渗透性现场试坑试验研究[J]. 岩土力学, 2009, 30(3): 855—858.
XU Yang, GAO Qian, LI Xin, et al. In-situ experimental study of permeability of rock and soil aggregates[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2009, 30(3): 855—858.